

文章编号: 1000-7598-(2007)增刊-0730-07

锚杆系统低应变动力响应的数值模拟分析

陈建功, 张永兴

(重庆大学 土木工程学院, 重庆 400045)

摘要: 建立了锚杆-围岩结构系统三维轴对称有限元计算模型, 并利用动力有限元法对锚杆系统瞬态动力响应进行了分析。对于完整锚杆系统, 围岩质量较好、较为坚硬时, 杆顶速度响应信号的衰减速度较快, 锚杆杆底反射信号较不明显; 围岩质量较差、较为软弱时, 信号衰减速度较慢, 杆底反射信号较清晰; 在损伤锚杆系统中, 当锚杆系统筋材存在损伤时, 损伤处反射波较明显, 而当锚固砂浆存在局部损伤时, 损伤处的反射波不明显, 但杆底反射波比较明显。

关键词: 锚杆; 动力响应; 有限元

中图分类号: TU 413.5

文献标识码: A

Numerical analysis of low strain dynamic response of anchorage bolt system

CHEN Jian-gong, ZHANG Yong-xing

(Department of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China)

Abstract: The numerical experiment is made by using finite element analysis. The dynamic responses are simulated for undamaged anchorage system and damaged anchorage systems by axis symmetry numerical calculate. For undamaged anchorage system, the signal of bar's top speed fade down quickly as the surrounding-rock is hard and the bar's bottom reflected signal is not clear. Meanwhile the signal of bar's top speed fade down slowly as the surrounding-rock is weak and the bar's bottom reflected signal is clear. For damaged anchorage system, the reflected signal of impairment is distinct as steel have impairment. When anchorage mortar has defect, the reflected signal of defect is indistinct but he bar's bottom reflected signal is distinct.

Key words: anchorage bolt; dynamic response curve; finite-element method

1 引言

随着锚杆加固技术在岩土工程界的广泛应用, 对锚固工程的缺陷识别、质量诊断以及实时检测、补强越来越受到普遍重视, 但锚杆锚固质量的检验一直没有得到很好地解决。目前工程界常用的方法有拉拔法, 但 this 方法是破坏性的, 操作麻烦, 费用昂贵。因此, 对锚杆锚固质量无损检测技术的研究是一个急需解决的课题^[1]。20 世纪 80 年代以来, 无损检测技术被逐渐应用于锚固工程的质量检测中。在利用动力响应理论研究锚杆锚固质量时, 关键是要研究锚杆结构系统振动特性的变化与锚杆锚固质量之间的关系, 这一问题在理论上已作了一定研究^[2-10], 本文拟采用动力有限元法来描述锚杆-围

岩结构系统的动力响应问题。

2 锚杆-围岩系统的二阶系统瞬态分析

锚杆结构系统的动力学分析中存在质量矩阵, 它对应的是位移的二阶导数(即加速度), 所以系统在时间上存在二阶状态, 为二阶系统, 其求解的方程为

$$[M]\ddot{u} + [C]\dot{u} + [K]u = \vec{F} \quad (1)$$

式中: $[M]$ 为质量矩阵; $[C]$ 为阻尼矩阵; $[K]$ 为刚度矩阵; 对应的项分别是加速度项、速度项和位移项; $\vec{F}$ 为施加在杆顶的瞬时荷载。

在求解该方程时, 通常采用两种方法: 前向差分时间积分法和纽马克时间积分法。前向差分法是

收稿日期: 2007-04-29

基金项目: 国家杰出青年科学基金(No.5062824); 重庆市科技攻关计划项目(No.CSTC, 2006AB7003)。

作者简介: 陈建功, 男, 1967 年生, 副教授, 主要从事主要从事岩土工程检测及灾变预测等方面的研究。cjg77928@126.com

一种显式方法, 主要用于进行非线性动力学分析, 如爆破分析及复杂接触问题的计算 (ANSYS/LS-DYNA)。纽马克时间积分法是一种隐式方法, 是把式 (1) 中自由度的导数项 (速度和加速度项) 用相邻点的位移项代替, 最终的替代方程为

$$(a_0[M] + a_1[C] + [K])\ddot{u}_{n+1} = \bar{F} + [M](a_0\ddot{u}_n + a_2\dot{\ddot{u}}_n + a_3\ddot{\ddot{u}}_n) + [C](a_1\dot{u}_n + a_4\dot{\ddot{u}}_n + a_5\ddot{\ddot{u}}_n) \quad (2)$$

式中 a_i 为与时间步长相关的系数, 分别为

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= 1/\alpha\Delta t^2; & a_1 &= \delta/\alpha\Delta t; & a_2 &= 1/\alpha\Delta t; \\ a_3 &= 1/2\alpha - 1; & a_4 &= \delta/\alpha - 1; & a_5 &= \Delta t/[2(\delta/\alpha - 2)] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

可以直接输入 α 、 δ 控制积分过程中各个项的作用, 也可用 ANSYS 提供的替代方法, 只需输入一个参数 γ , 它们之间用简单的函数关系式相连:

$$\alpha = (1 + \gamma)^2 / 2; \quad \delta = 1/2 + \gamma \quad (4)$$

式中 γ 称为幅度衰变因子。只要将 γ 设置为大于等于 0 的数, 则方程 (2) 是无条件稳定的, 即无论选取的时间步长为多少, 迭代求解过程都是稳定的, 而条件稳定指求解稳定性依赖于时间步长的选取。通常设置 γ 为略大于 0 的数, 如 0.005。

3 分析步骤

3.1 输入参数的取值

在对结构系统进行动态响应分析过程中, 都要碰到一个如何确定岩体的动态特性参数的问题。诸如动态弹性模量、泊松比、阻尼比以及黏性系数等参数的确定。在目前有限单元法数值分析中这些关键性参数的来源主要有两条途径:

(1) 动态的实验室模型试验或现场实测, 把试验模型的测试结果直接应用于真实环境中。目前这类方法应用较广的领域是土木、水利建设中结构的动态分析, 包括如何使用共振柱体仪配合动三轴仪测动剪模量和阻尼比, 以及直接从土坝的响应中分析土坝材料的动剪模量和阻尼因子的方法。还有将试验测得的动态弹性模量与静态弹性模量之间的关系建立了经验公式, 但是这些都隐含着一定的条件, 那就是测试条件与实际应用环境之间必须有一定的相似性, 包括载荷的幅值, 频谱和约束条件。试验研究虽然是解决问题的一条有效途径, 但它的缺陷在于: 不同频谱、不同幅值的外激励条件下, 其材料特性参数是不同的, 测试结果只能适用于与试验

频谱、幅值相近的环境中。而试验边界对这些特性参数有相当大的影响, 是不能忽视的。

(2) 完全采用静态参数替代动态参数 (指弹性模量、泊松比等), 这种方法应用于岩土类材料会引起较大的误差, 即使金属材料在高频激励下也存在类似的问题。本文中参数的取值如下:

①围岩变形模量的取值。

考虑是低应变动力响应, 依据《公路隧道设计规范》(JTG D70-2004) [11] 表 A.0.4-1 (列于表 1), 对于每类围岩, 取有代表性的一组物理力学静态参数来替代动态参数, 如表 2 所列。

表 1 各级围岩的物理力学指标标准值
Table 1 Physical & mechanical parameters for surrounding rock

围岩级别	重度 /kN·m ⁻³	弹性抗力系数 /MPa·m ⁻¹	变形模量 /GPa	泊松比	内摩擦角 / (°)	凝聚力 /MPa	计算摩擦角 φ_c / (°)
I	26~28	1 800~2 800	>33	<0.2	>60	>2.1	>78
II	25~27	1 200~1 800	20~33	0.2~0.25	50~60	1.5~2.1	70~78
III	23~25	500~1 200	6~20	0.25~0.3	39~50	0.7~1.5	60~70
IV	20~23	200~500	1.3~6	0.3~0.35	27~39	0.2~0.7	50~60
V	17~20	100~200	1~2	0.35~0.45	20~27	0.5~0.2	40~50
VI	15~17	<100	<1	0.4~0.5	<20	<0.2	30~40

②阻尼系数的取值

阻尼是动态分析的一个重要概念, 是系统能否最终趋于稳态的重要因素。本文只考虑 Rayleigh 阻尼, 包括质量阻尼系数 (Alpha 阻尼) 和刚度阻尼系数 (Beta 阻尼), 这时系统阻尼矩阵计算为

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (5)$$

表 2 各类围岩物理力学参数取值
Table 2 Physical & mechanical parameters for surrounding rock

围岩类别	变形模量 /GPa	围岩重度 /kN·m ⁻³	泊松比
V	1	17.0	0.45
IV	3.6	21.0	0.32
III	13	24.0	0.27
II	26	26.0	0.23
I	43	28.0	0.17

可以直接设置 Alpha 和 Beta 两个阻尼常数, 也可用振型阻尼比 ξ_i 计算, ξ_i 为某个振型 i 的实际阻尼和临界阻尼之比。若 ω_i 为模态 i 的固有角频率, 则 α 和 β 与振型阻尼比的关系为

$$\xi_i = \alpha / 2\omega_i + \beta\omega_i / 2 \quad (6)$$

许多实际问题中, 质量阻尼可以忽略, 则可以由已知的振型阻尼比和固有角频率计算出 β 值:

$$\beta = 2\xi_i / \omega_i \quad (7)$$

由于在一个载荷步中只能有一个阻尼值, 因此应当选取该载荷步中被激活的最主要频率 ω_i 来计算阻尼, 这里取阻尼比 $\xi_i = 1.5 \sim 2.0$, 被激活的主要频率 ω_i 在几百到几千赫兹, 故阻尼系数可在范围 $(1 \sim 10) \times 10^{-6}$ 内取值。

③其他输入参数的取值

锚杆的钢筋直径取实际工程中常用锚杆钢筋的直径范围: 20~30 mm, 水泥砂浆的范围可按照实际工程中灌浆孔径的大小选取: 对于直径小于 25 mm 的锚杆, 取灌浆孔径为 40 mm; 对于直径大于等于 25 mm 的锚杆, 取灌浆孔径为 50 mm。

3.2 锚杆-围岩结构系统模型的建立

锚杆-围岩结构体系的动力响应是锚杆、砂浆与围岩之间动力相互作用的问题, 三者的刚度是根据它们的本构关系或应力-应变定律加以确定的。一般说来, 钢筋材料的强度较高, 可假定它是线弹性的, 严格地说, 砂浆、围岩是非线性的, 但在低应变法动力检测中所用激振能量小, 可以认为砂浆、围岩处于弹性范围内。另外, 在振动过程中钢筋、砂浆与围岩之间并未产生显著的滑动, 可以认为变形是连续的, 没有必要使用交界面单元。为了简化计算, 本文在分析中锚杆系统均采用线弹性本构模型, 且假定界面间无相对滑动。由于围岩是一种半无限介质, 属于半无限域, 在进行有限元分析过程中, 必须引入人工边界, 为了防止人为边界处应力波的反射并考虑围岩的阻尼作用, 这里采用振型阻尼比来模拟围岩对散射波能量的吸收, 且假定围岩为均质岩土体。采用试算的办法, 即在其他条件不变的情况下取范围不同的围岩与砂浆锚杆一起建立有限元模型, 计算锚杆顶部的速度响应曲线, 取速度响应曲线基本无变化时围岩最小范围为模型中围岩的范围。经试算后, 以锚杆中心线为轴, 取杆侧围岩半径为 5 m。取锚杆底部以下围岩深 1.5 m, 如图 1 所示。

模型的具体信息如下:

①单元选择: 对锚杆、砂浆、围岩的模拟均采用单元 PLANE42。Plane42 是 2D 的实体模型, 可用于平面应变、平面应力、轴对称模型, 这种单元由 4 个节点定义, 在每个节点具有两个方向的自由度。

②网格划分: 为了节省机时又能准确地反映杆中波的传播, 模型采用疏密网格形式, 锚杆钢筋与砂浆区域内的网格划分较密, 围岩区域内的网格划分从里到外逐渐由密到疏, 同时在杆顶、杆底处细化网格, 如图 2 所示。

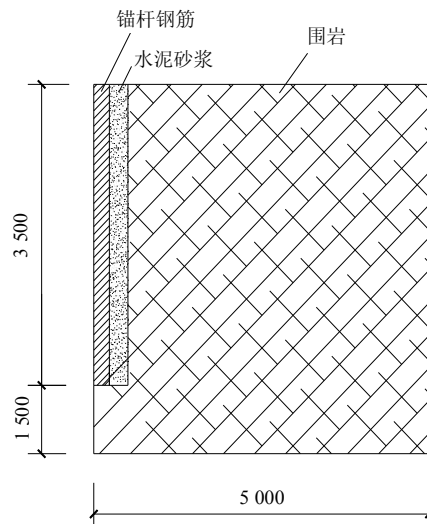


图 1 有限元分析模型示意图 (单位: mm)
Fig.1 Sketch map of integrated anchor-surrounding rock model(unit:mm)

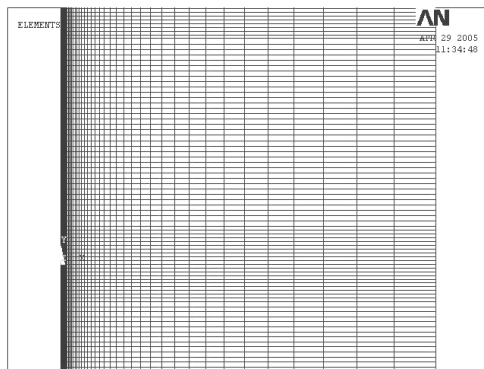


图 2 网格划分示意图
Fig.2 Sketch map of mesh

③约束情况: 为了得到锚杆顶部的最大响应, 在模型的底部边界与右边界上均施加 X 、 Y 两个方向的约束。而在模型的左边界上仅施加 X 方向的约束。

④本构模型: 假设锚杆、砂浆与围岩均为线弹性材料, 所有单元的应力-应变关系符合虎克定律。

3.3 模型的求解

3.3.1 初始条件

在瞬态分析中, 必须给出系统指定初始条件, 初始时的 $\bar{u}$, $\dot{\bar{u}}$, $\ddot{\bar{u}}$ 值都必须指定, 若不指定, 则系统默认为 0。对于缩减分析, 只能静态分析得到初始条件, 对于锚杆系统动力测试的初始条件, $\bar{u}$, $\dot{\bar{u}}$, $\ddot{\bar{u}}$ 值都为 0。

3.3.2 时间步长的选取

在用直接积分法进行有限元分析时, 选取一个适当的时间步长是很重要的。一方面, 为了取得解的精度, 时间步长必须足够小; 另一方面, 时间步长又不能过小, 否则, 会使解题的运算量过大。对

锚杆-围岩结构系统平衡方程组进行数值积分, 目的是对系统的真实动力响应算出一个良好的近似解, 为了精确地测出结构的动力响应, 必须对所有的系统平衡方程进行精确积分, 由于锚杆-围岩结构系统的 n 个周期 $T_i (i=1, 2, \dots, n)$ 是已知的, 而且对系统的平衡方程积分时, 都采用相同的时间步长 Δt , 所以必须按锚杆-围岩系统中的最小周期来选择 Δt , 所以时间步长是很小的。因而, 按这种要求估计一个 Δt 时, 如果最小周期为 $T_n/10$, 显然 T_n 应大于 $T_n/10$ 。但是, 对大多数分析来说, 主要的响应只发生在某些振型上, 高阶振型对响应的影响不大。因此, 只需对系统平衡方程的前 p 个方程进行精确积分。也就是说, 可以修改 Δt , 使之比第一个估计值约高出 T_p/T_n 倍。当用一个大小为 $T_p/10$ 的时间步长 Δt , 在直接积分法中也会用相同的时间步长 Δt 对高阶振型响应进行积分。当时间步长小到能足够精确积分高频响应时, 计算结果的稳定性也就得到了保证。本模型中的瞬态激振力是一个半正弦波的脉冲力, 力作用时间为 $10 \times 10^{-6} \text{ s}$ 。在有限元分析中, 力是取 Δt 时刻的一个向量, 代入系统平衡方程的。把上一个时间步的响应作为已知条件, 进行积分, 得到系统这一个时间步响应的。所以对于时间步的选择, 还要考虑脉冲力的作用时间。在此理论的基础上, 通过试算, 取时间步长为 $10 \times 10^{-6} \text{ s}$ 。

3.3.3 施加瞬态荷载

在锚杆顶端施加一半正弦的瞬态荷载, 见图 3, 脉冲宽度为 $10 \mu\text{s}$, 幅度为 10 N 。共设 12 个荷载步, 在正弦脉冲宽度范围内划分为 10 个荷载步, 间隔时间为 $1 \mu\text{s}$, 第 1 荷载步为初始条件, 第 12 荷载步为终止分析步, 时间为 $1500 \mu\text{s}$, 瞬时荷载为 0, 时间步为 $1 \mu\text{s}$, 具体见表 3。

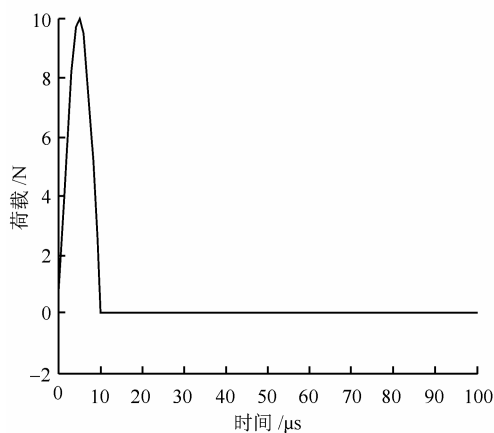


图 3 半正弦瞬态荷载
Fig.3 Impulse load of semi-sine

表 3 荷载步列表
Table 3 The list of load steps

荷载步	时间 / μs	瞬时荷载 / N	荷载步	时间 / μs	瞬时荷载 / N
1	0	0	7	6	9.511
2	1	3.09	8	7	8.09
3	2	5.878	9	8	5.878
4	3	8.09	10	9	3.09
5	4	9.511	11	10	0
6	5	1	12	1500	0

3.3.4 求解

对于二阶瞬态方程, 有 3 种求解方法: (1) 完全瞬态分析 (Full)。这种方法不做任何其他假设、直接对方程求解, 所以适用范围广, 求解操作简单, 但求解速度相对较慢, 内存和硬盘需求较其他两种方法大。(2) 模态叠加分析 (mode superpos'n), 它使用结构的自然频率和振型来确定其对瞬态力函数的响应; (3) 缩减分析 (reduced), 它是利用缩减结构矩阵来求解平衡方程。这里采用完全瞬态分析法进行求解, 得到杆顶位移时程曲线, 再对时间求导得到杆顶速度响应曲线。

4 试验结果与数值分析比较

在实验室进行了锚杆系统低应变动力响应的模型试验^[12], 得到利用超声波激发的杆顶速度动力响应曲线。图 4 为利用有限元分析得到的杆顶速度响应曲线与实测曲线的对比, 可以看出数值分析与实测曲线吻合较好, 说明数值分析结果可以代替实测结果。

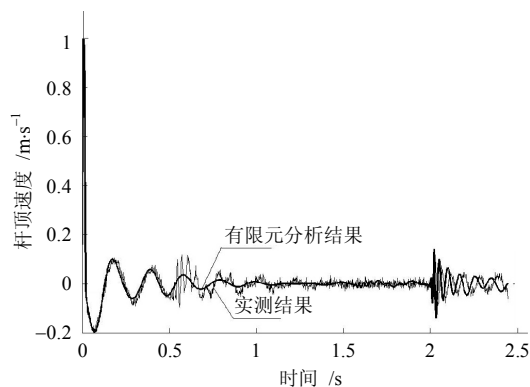


图 4 有限元分析与试验测试结果比较
Fig.4 The comparison of finite element analysis and test result

5 完整锚杆系统有限元分析结果

对锚杆系统有限元模型中所有钢筋单元取相同参数、所有砂浆单元取相同参数、所有围岩单元取相同参数, 这样的模型为完整锚杆系统模型。取钢筋直径为 22 mm , 弹性模量为 200 GPa , 重度为

78.0 kN/m³, 砂浆模量 20 GPa, 重度为 22.0 kN/m³, 锚孔直径 40 mm, 阻尼系数取 2×10^{-6} , 分别采用不同类别围岩参数 (表 4) 进行有限元分析, 结果见图 5~9。

表 4 各类围岩物理力学参数取值
Table 4 Physical & mechanical parameters for surrounding rock

类别	变形模量 /GPa	围岩重度 /kN·m ⁻³	泊松比	锚杆直径 /mm	灌浆孔径 /mm	阻尼系数 /10 ⁻⁶
V	1	17.0	0.45	22	40	2
IV	6	23.0	0.3	22	40	2
III	13	24.0	0.27	22	40	2
II	26	26.0	0.23	22	40	2
I	53	28.0	0.15	22	40	2

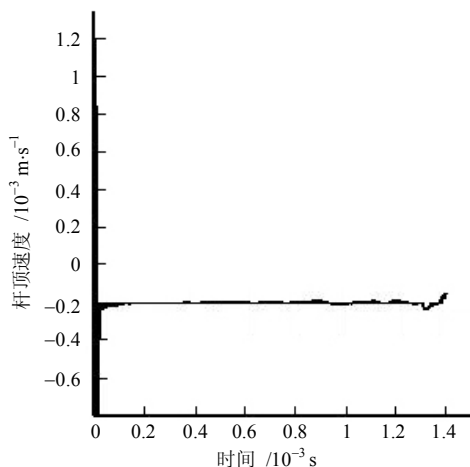


图 5 V类围岩中锚杆速度响应曲线
Fig.5 Velocity-time curve of anchor bar in surrounding rock graded V

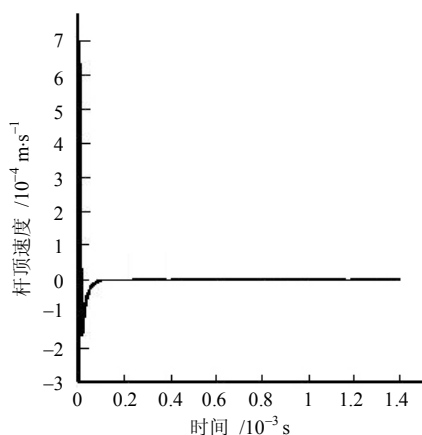


图 6 IV类围岩中锚杆速度响应曲线
Fig.6 Velocity-time curve of anchor bar in surrounding rock graded IV

根据各图分析可得:

(1) 杆底反射信号: 对于质量较好、较为坚硬的 I、II 类围岩, 锚杆杆底反射信号较不明显; 而

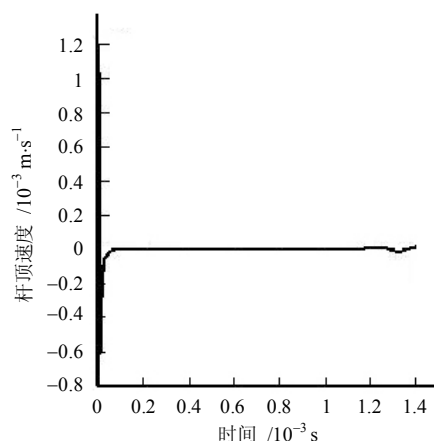


图 7 III类围岩中锚杆速度响应曲线
Fig.7 Velocity-time curve of anchor bar in surrounding rock graded III

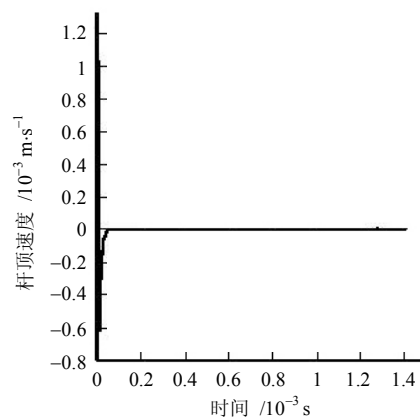


图 8 II类围岩中锚杆速度响应曲线
Fig.8 Velocity-time curve of anchor bar in surrounding rock graded II

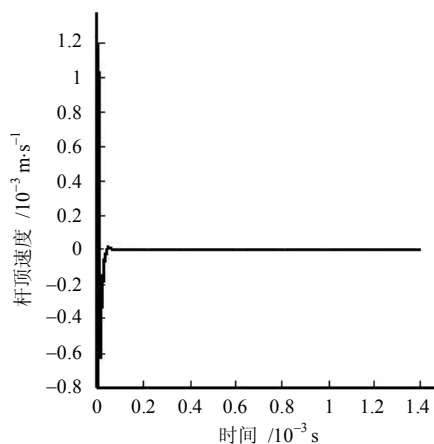


图 9 I类围岩中锚杆速度响应曲线
Fig.9 Velocity-time curve of anchor bar in surrounding rock graded I

对于质量较差、较为软弱的 III、IV、V 类围岩, 杆底反射信号较清晰。这是由于, 在锚杆底部, 锚杆与砂浆围岩的材料性质不同, 也就是说在锚杆与围岩的接触面上波阻抗发生了突变, 因此在锚杆底部的应力波会产生反射。然而, 应力波在锚杆内传播

的过程中,在 I、II 类围岩情况下波能量的耗散程度较大,故而这种情况下锚杆杆底反射信号不明显;反之,对于较软弱的 III、IV、V 类围岩,它们吸收反射波能量的能力较小,所以杆底反射较为清晰。

(2) 杆底反射时间: 应力波在锚杆中传播的速度 $C = \sqrt{E/\rho}$, 反射波到达锚杆顶端的时间为 $2T$, $T = L/C$, 即 1.3×10^{-6} s 左右, C 为波速; E 为钢筋的弹性模量; ρ 为钢筋密度; L 为锚杆杆长。利用这一性质可测得工程中锚杆的实际长度。

(3) 衰减特性: 因杆侧砂浆和围岩阻尼的影响, 应力波沿锚杆传播时信号将发生衰减。对于 I、II 类围岩, 衰减速度快, 对于 III、IV、V 类围岩, 衰减速度较慢。这也是由于越软弱的围岩, 应力波在锚杆中传播时能量耗散相对较小的缘故。

6 损伤锚杆系统有限元分析结果

对于有损伤的锚固系统, 可以分别简化为锚杆筋材的裂纹、砂浆与锚杆粘结不够好或围岩与砂浆粘结不牢这 3 种情况^[13]。由于这 3 种情况同时发生的可能性几乎没有, 故不予考虑; 其中两两组合的可能性也很小, 为了简便起见, 只是考虑其中单独一项的损伤。此时可以用 Ansys 软件的“生死单元法”模拟, 也可以通过改变单元的材料属性来模拟损伤。

筋材、砂浆、围岩的刚度是根据它们的本构关系即应力-应变关系加以确定的。一般说来, 筋材的强度通常要比其四周砂浆的强度高, 因此, 发生破坏往往都是由于砂浆的破坏引起, 极少有锚杆筋材被拉裂的情况。考虑实际工程中锚固系统的破坏绝大部分是由于砂浆与锚杆、砂浆与围岩粘结不牢或者砂浆没有灌满; 极少情况是筋材的断裂。本文重点模拟砂浆与筋材裹握不好的情况: 即砂浆局部不饱满或有较大孔洞的情况, 同时对锚杆筋材的损伤也进行简单的模拟。

对损伤部分, 有限元模拟方法既可以采用“生死单元法”, 也可以通过改变失效砂浆的材料属性的方式。“生死单元法”指在分析过程中模型中的某些单元可以变得存在或者消亡, 通常模拟采矿、隧道开挖支护、桥梁施工等动态变化, 由于是采用非线性分析方法, 花费的代价较高, 要花费相当长的计算时间。而改变材料属性是线性分析方法, 运算速度较快, 同时还可模拟失效程度不同的砂浆。故本文采用的是改变失效砂浆(单元)材料属性的办法, 仍然采用线弹性, 只是改变失效砂浆的弹性模量、泊松比、密度等。

(1) 在锚杆筋材中部有裂纹存在时, 其杆顶速度-时间历程曲线如图 10 所示: 可见在筋材损伤处反射波较明显, 所以对于筋材的损伤可用常规的方法来判别。

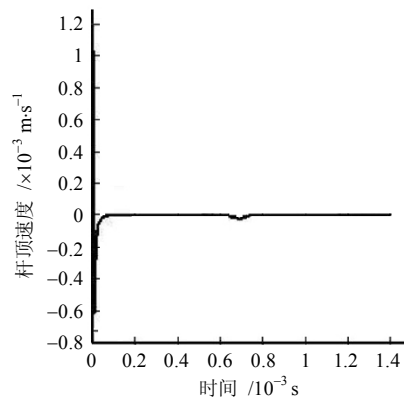


图 10 筋材中部有裂缝时锚杆杆顶速度响应曲线
Fig.10 The speed response of anchor bar's top with crack in the middle

(2) 当锚杆锚固有损伤时, 假定从杆底以上 1 m 范围内锚固砂浆很稀松, 改变这范围内单元的材料参数, 具体材料力学特性参数见表 5。

表 5 损伤锚杆系统力学特性参数
Table 5 Physical & mechanical parameters of defect anchor bar system

材料	弹性模量 /GPa	泊松比	重度 /kN·m ⁻³	阻尼 /10 ⁻⁶
筋材	2	0.3	78.0	2
围岩	1.3	0.27	24.0	2
砂浆	20	0.20	22.0	2
损伤处砂浆	20	0.40	10.0	0

有限元计算所得的速度-时间历程曲线如图 11 所示。可见, 由于砂浆的局部不饱满, 使得杆顶动力响应曲线波动频率增加, 淹没了损伤处的反射波, 但杆底反射波还比较明显。

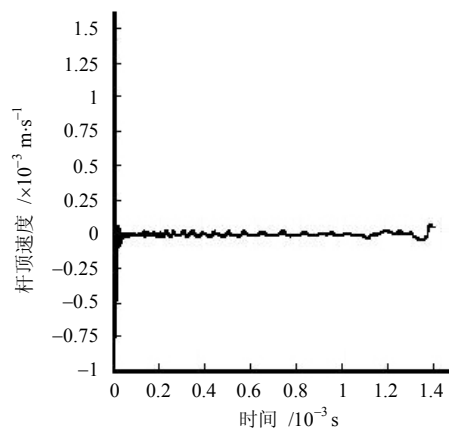


图 11 砂浆损伤锚杆杆顶速度响应曲线
Fig.11 The speed response of anchor bar's top with partially filled mortar

7 结 论

本文建立了锚杆-围岩结构系统三维轴对称有限元计算模型,并利用动力有限元法对锚杆系统瞬态动力响应进行了分析,得到如下结论:

(1) 对于完整锚杆系统,当围岩质量较好、较为坚硬时杆顶速度响应信号的衰减速度较快,锚杆杆底反射信号较不明显;当围岩质量较差、较为软弱时,信号衰减速度较慢,杆底反射信号较清晰;利用杆底反射时间可测得工程中锚杆的实际长度。

(2) 对于损伤锚杆系统,当锚杆系统筋材存在损伤时,损伤处反射波较明显,而当锚固砂浆局部存在损伤时,反射波频率增加,淹没了损伤处的反射波,但杆底反射波还比较明显。

参 考 文 献

- [1] 张永兴,许明. 岩土锚固系统质量智能诊断理论与应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.
- [2] 陈建功,张永兴,李英民. 完整锚杆低应变动力响应的半解析解与分析[J]. 世界地震工程, 2004, 20 (3): 56—61.
- [3] 陈建功,张永兴. 完整锚杆纵向振动问题的求解与分析[J]. 地下空间与工程学报, 2003, 23 (3): 268—271.
- [4] 许明,张永兴,阴可. 某隧道锚杆完整性的无损检测方法[J]. 土木工程学报, 2004, 37 (5): 78—80.
- [5] 许明,张永兴,阴可. 砂浆锚杆的锚固及失效机理研究[J]. 重庆建筑大学学报, 2001, 23 (6): 10—15.
- [6] 汪明武,王鹤龄. 锚固体体系无损检测的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21 (2): 126—129.
- [7] 李义,王成. 应力反射波法检测锚杆锚固质量的实验研究[J]. 煤炭学报, 2000, 25 (2): 160—164.
- [8] 许明,张永兴,阴可. 锚杆极限承载力的人工神经网络预测[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21 (5): 755—758.
- [9] 许明,张永兴,阴可. 锚杆极限承载力的人工神经网络预测[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21 (5): 755—758.
- [10] 许明,张永兴. 锚杆低应变动测的数值研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22 (9): 1 538—1 541.
- [11] JTG D70—2004, 公路隧道设计规范[S].
- [12] 陈建功,张永兴. 锚杆系统低应变动力响应的模型试验研究[J]. 工程勘察, 2007, (3): 68—73.
- [13] 张永兴,陈建功. 缺陷锚杆振动问题的数学模型及其求解[J]. 地下空间与工程学报, 2005, (1): 62—66.